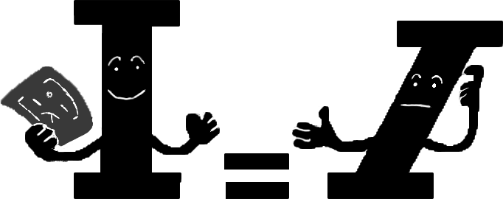
به نام خدا



تمرین سوم

جبر خطی کاربردی – پاییز 1400

**توضیحات**

* پاسخ خود را به صورت یک فایل pdf و با فرمت HW?\_Name\_StudentNumber آپلود کنید.

(مثال: HW3\_AmirhosseinRostamlou\_9828029).

* پاسخ ها مرتب و خوانا باشند.
* در صورت وجود هرگونه ابهام، از طریق ایمیل [linearalgebra.fall1400@gmail.com](mailto:linearalgebra.fall1400@gmail.com) سوال خود را بپرسید.
* مهلت ارسال پاسخ ها تا ساعت **23:59 چهارشنبه 10 آذر** می‌باشد.
* پاسخ به تمرین ها باید به صورت انفرادی صورت گیرد و درصورت مشاهده هرگونه **تقلب** نمره **صفر** برای کل تمرین منظور خواهد شد
* با توجه به فشردگی برنامه تمرین ها در طول ترم، امکان تمدید تمرین وجود نخواهد داشت.

دانشکده مهندسی کامپیوتر

دانشگاه صنعتی امیرکبیر

1- درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید و برای پاسخ خود دلیل مناسب بیاورید.

الف) اگر یک ماتریس باشد و آن باشد، آنگاه دترمینان مخالف صفر است.

ب) اگر یک ماتریس بالا مثلثی باشد، آنگاه برابر حاصل ضرب عناصر روی قطر اصلی خواهد بود.

پ) یک زیرمجموعه همانند از فضای برداری یک زیرفضا از این فضای برداری محسوب می شود اگر بردار صفر این فضای برداری در باشد.

ت) اگر و تنها اگر تبدیل خطی ، یک تبدیل پوشا از به باشد.

*ج)* اگر ، باشد آنگاه مجموعه یک پایه برای است.

چ) هر مجموعه ی مستقل خطی از زیرفضای ، یک پایه برای است.

ه) اگر ماتریس، فرم کاهش یافته نردبانی ماتریس باشد آنگاه های ماتریس ، یک پایه برای فضای ستونی خواهند بود.

2- *به سوالات زیر پاسخ دهید.*

*الف) دترمینان های زیر را با عملیات ردیفی بدست آورید.*



*ب) اگر و دو ماتریس باشند و داشته باشیم و ، مقدار عبارت را بدست آورید.*

*3- با استفاده از قانون کرامر به سوالات زیر پاسخ دهید.*

*الف) مقدار را در سیستم زیر بدست آورید.*

*ب) معکوس ماتریس زیر را بدست آورید.*

*4- با استفاده از مفهوم دترمینان به سوالات زیر پاسخ دهید.*

*الف) مساحت متوازی الاضلاع متشکل از این دو بردار را بدست آورید.*

*ب) مساحت متوازی الاضلاع متشکل از را بدست آورید. از مقایسه مقدار بدست آمده با بخش الف چه نتیجه ای می‌گیرید؟ علت آن را توضیح دهید و نتیجه را به صورت یک قانون بیان کنید.*

*ب) حجم متوازی الاضلاع متشکل از بردار های زیر را بدست آورید. از آن چه نتیجه ای می گیرید؟*

*5- فرض کنید بردار های و ، بردار هایی در فضای برداری باشد. همچنین فرض کنید که هر زیرفضایی از فضای برداری می باشد که این دو بردار و را شامل شود. نشان دهید چرا در این حالت لزوما شامل می شود.*

*6- فرض کنید باشد. یک پایه برای و یک پایه برای به دست آورید.*

*7- فرض کنید که مجموعه تمامی بردار هایی است که می توان به فرم های زیر نمایش داد، که در آن ها می باشند. در هر یک از موارد زیر، در صورتی که یک فضای برداری می باشد، یک مجموعه برداری به گونه ای پیدا کنید که را کند. در صورتی که یک فضای برداری نمی باشد، با یک مثال دلیل خود را توضیح دهید.*

*الف)*

*ب)*

*پ)*

*8-* فرض کنید و باشد به طوری که:

الف) پایه ای برای بیابید.

ب) پایه ای برای بیابید.

پ) پایه ای برای بیابید.

9- (امتیازی) فرض کنید عددی صحیح و مثبت است و تبدیلی خطی و غیر صفر به طوری که

. عبارت های زیر را اثبات کنید.

الف) فضای پوچ تبدیل دارای بعد می باشد.

ب) فرض کنید یک پایه برای فضای پوچ تبدیل می باشد و برداری است بعدی که در قرار ندارد. ثابت کنید یک پایه برای می باشد.

ج) هر بردار را میتوان به صورت نشان داد که .

موفق باشید

تیم تدریسیاری جبر خطی پاییز 1400